

## МОДЕЛЮВАННЯ ПОПИТУ НАСЕЛЕННЯ НА ПОБУТОВІ ПОСЛУГИ НА ОСНОВІ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ

*Розглянуто методику застосування економіко-математичних методів, зокрема теорію кореляційно-регресійного для моделювання попиту населення на побутові послуги. Проаналізовано процес складання моделей попиту на побутові послуги та встановлення форми математичної залежності попиту від чинників та запропоновано методику рішення регресійного рівняння та оцінки його надійності.*

**Ключові слова:** динамічні ряди та моделі, економіко-математичний аналіз, коефіцієнти регресії, кореляційна модель, моделювання попиту, побутові послуги, пропозиція, споживання, чинники.

Oleksin I.

## A DESIGN OF DEMAND OF POPULATION IS ON DOMESTIC SERVICES ON THE BASIS OF ECONOMICAL-MATHEMATICS METHODS

*The method of application of economical-mathematics methods is considered, in particular theory of correlation-regressive for the design of demand of population on domestic services. The process of drafting of models of demand is analysed on domestic services and establishments of form of mathematical dependence of demand of factor and the method of decision of regressive equalization and estimation of his reliability is offered.*

**Keywords:** dynamic rows and models, economical-mathematics analysis, coefficients of regression, correlation model, design of demand, domestic services, suggestion, consumption, factors.

**Вступ.** Специфічні особливості побутових послуг створюють суттєві проблеми щодо управління технологічними операціями в процесі їх надання. У ринкових умовах, коли клієнт має широкий вибір однакових або споріднених послуг, їх надавачі вимушені вивчати інтереси, запити, поведінку споживачів, розробляючи різноманітні заходи врівноваження попиту і пропозиції, що є однією з основних передумов забезпечення конкурентоспроможності фірми. Внаслідок чого вивчення і моделювання попиту на побутові послуги вимагає використання апарату математичної статистики, зокрема теорії кореляційно-регресійного аналізу. Застосування економіко-математичних методів обумовлюється необхідністю одночасного обліку різноманітних чинників, що діють часто в протилежних напрямках.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Теоретичним підґрунтям розвитку сфери побутового обслуговування та напрямів підвищення сервісного рівня технології надання побутових послуг

[2] можуть слугувати праці вчених світової економічної науки – Дж. Витерс, К. Витерман та інші. Окремі теоретичні і методичні аспекти підприємницької стратегії підприємств сфери побутового обслуговування викладені в працях вітчизняних і зарубіжних вчених: Л. Брагіна, Ф. Букереля, В. Балабанова, О. Виноградової, О. Дайана, О. Ладона, Д. Рубвальтера, Т. Ткаченко, В. Федцова, В. Юхименко та інших [3; 4]. Теоретичні, методологічні та низка методичних проблем інтеграції стратегій управління продуктивністю та якістю побутового обслуговування населення, моделювання попиту на побутові послуги по-суті залишаються не розробленими. Отже, обмеженість сучасних теоретичних досліджень і відсутність узагальнень практичного досвіду зумовили актуальність проблематики висвітленої у статті.

**Постановка завдання.** Метою статті є удосконалення методики застосування економіко-математичних методів для моделювання попиту населення на побутові послуги.

**Виклад основного матеріалу.** У складному процесі формування обсягів споживання побутових послуг неможливо врахувати вплив всіх чинників. Не всі вони піддаються точному вимірюванню, вплив деяких з них носить суб'єктивний характер. Тому при моделюванні попиту на побутові послуги приймаються до уваги тільки основні (об'єктивні) чинники, а суб'єктивні усереднюються.

Величину впливу будь-якого чинника в перспективному періоді можна представити двома складовими. Одна з них відповідає дії цього чинника у минулому, інша – його приросту або зменшенню в плановому періоді.

Застосування економіко-математичних методів в аналізі попиту на побутові послуги пов'язане з певними спрощуваннями, що приводить до часткової невідповідності розрахункових і фактичних показників. Особлива увага при застосуванні математичних методів приділяється якісному аналізу, оскільки неточність початкових даних приховується за математичною точністю параметрів, отриманих в результаті використання моделей попиту.

При побудові економіко-математичних моделей попиту необхідно дотримувати ряд умов. До найбільш важливих слід віднести вимогу однорідності статистичних даних про обсяги реалізованих послуг і чинники, що його формують. Однорідність даних повинна дотримуватися по складу послуг, їх оцінці, а також за територіальною ознакою.

Наприклад, у разі зміни методики обліку

побутових послуг або оцінки обсягів послуг на момент розробки прогнозу динамічні ряди за минулі роки необхідно привести в порівняльний вигляд з динамічними рядами, в якому відбулися зміни. При моделюванні попиту слід використовувати дані періоду, що характеризується найбільш стійкими тенденціями розвитку побутового обслуговування.

Як початкова інформація для побудови динамічної моделі багатофакторного попиту на побутові послуги можуть бути використані як абсолютні дані про обсяг послуг і фактори, так і відповідні дані з розрахунку на одного жителя або сім'ю. Форма виразу початкової інформації не робить істотного впливу на результати розрахунку.

Весь процес складання моделей попиту на побутові послуги можна підрозділити на наступні етапи.

1 етап. Відбір чинників, що включаються в модель. Він передбачає якісний та кількісний аналіз чинників, виявлення взаємозв'язку (мультиколінеарності) між чинниками-аргументами.

Всі чинники, що формують попит населення на побутові послуги, підрозділяються на дві групи - враховані та інші.

До врахованих належать такі чинники, за допомогою яких можна визначити попит населення на послуги і поведінка котрих відома в прогнозованому періоді. Вони включають дохід населення, чисельність населення, ціни на товари і послуги, забезпеченість населення предметами довгот-

Таблиця 1

**Основні чинники, що впливають на об'єм попиту по видах послуг<sup>1</sup>**

Види послуг	Чинники
Ремонт взуття	Забезпеченість населення шкіряним, резиновим, текстильним, комбінованим взуттям
Індивідуальний пошив взуття	Забезпеченість населення шкіряним взуттям
Ремонт швейних виробів	Забезпеченість населення швейними виробами, швейними машинами
Індивідуальний пошив	Забезпеченість населення швейними хутровими виробами, головними уборами; Роздрібний товарооборот вовняних, шовкових, бавовняними, льняними тканинами; Забезпеченість населення швейними машинами
Ремонт побутових машин і приборів	Забезпеченість населення предметами довготривалого користування
Виготовлення меблів	Забезпеченість населення меблями, житловою площею
Ремонт меблів	Забезпеченість населення меблями
Хімічна чистка та фарбування одягу	Забезпеченість населення одягом із вовняних та шовкових тканин
Послуги пралень	Забезпеченість населення білизною, пральними машинами
Ремонт трикотажних виробів	Забезпеченість населення трикотажними виробами
Пошив та в'язання трикотажних виробів	Забезпеченість населення трикотажними виробами
Послуги фотографій	Забезпеченість населення кіно-фотоапаратами
Ремонт та будівництво житла	Забезпеченість населення житловою площею
Послуги лазень та саун	Забезпеченість населення водопостачанням
Послуги перукарень	Забезпеченість населення перукарським знаряддям праці
Послуги прокатних пунктів	Роздрібний товарооборот предметів довготривалого користування, спортивних товарів, інших предметів культурно-побутового та господарського призначення, транспортними засобами тощо
Іні види послуг	34 Грошові доходи населення

<sup>1</sup> За усіма видами послуг в якості основного чинника слід прийняти дохід населення.

ривалого користування, житловою площею, взуттям, одягом, число ремонтів на один предмет тощо.

До інших належать чинники, які не піддаються кількісному вимірюванню і поведінка яких невідома в прогнозованому періоді: мода, звички клієнтів тощо.

У модель попиту на побутові послуги слід включити наступні основні чинники: грошовий дохід, ціни на товари і послуги, товарооборот по групах товарів, забезпеченість населення предметами тривалого користування, житловою площею, забезпеченість житлового фонду водопостачанням тощо.

Для прогнозу об'ємів попиту за видами послуг слід обрати наступні чинники табл. 1.

Введення великої кількості чинників в модель і прагнення відобразити якомога ширший круг зв'язків призводить на практиці до значного ускладнення моделі та її вирішення. Тому дуже важливо створити відносно просту модель, що забезпечує достатньо високу точність отримуваних результатів. При відборі врахованих чинників для включення їх в кореляційну модель слід дотримувати наступні вимоги:

1) чинники, включені в модель, повинні відображати об'єктивні закономірності споживання побутових послуг;

2) показники, що виражають ці чинники, повинні бути кількісно вимірні;

3) чинники повинні бути незалежні один від одного тобто між ними не повинно бути функціонального зв'язку.

Маючи в своєму розпорядженні звітну інформацію за останні 5-10 років про обсяги фактично реалізованого попиту і про значення чинників за той же період часу, можна визначити ступінь кількісного впливу кожного чинника на обсяг споживання послуг. При цьому динамічні ряди фактичного споживання побутових послуг і чинників, що формують його, доцільно корелювати з розрахунку на одного жителя і роздільно по міській і сільській місцевості.

Для отримання надійних результатів при використанні кореляційних моделей необхідно, щоб число спостережень (кількість років в базовому динамічному ряду) в 6-7 разів перевищувало число чинників, що включаються в модель. Отже, при використанні моделей однофакторного попиту базовий період часу не повинен бути менше 6-7 років, при двофакторних моделях - 12-14, трьохфакторних - 18 - 21 тощо.

Кількісна оцінка впливу чинників на об'єм попиту може бути отримана за допомогою лінійних і часткових коефіцієнтів кореляції. Лінійні коефіцієнти кореляції дозволяють оцінити залежність об'єму попиту від чинників-аргументів або залежність між самими чинниками, якщо немає необхідності усунути вплив інших чинників. Іншими словами, лінійні коефіцієнти кореляції дають можливість визначити пошуковий зв'язок у разі використання однофакторних моделей. Розраховуються лінійні коефіцієнти за формулою:

$$r_{x,y} = \frac{\sum_{j=1}^N (x_j - \bar{x}) \cdot (y_j - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{j=1}^N (x_j - \bar{x})^2 \sum_{j=1}^N (y_j - \bar{y})^2}} \quad (1)$$

де:  $y_j$  - значення фактичного об'єму попиту на послуги в базовому періоді ( $j=1,2 \dots, N$ );

$x_j$  - значення чинника-аргументу в базовому періоді ( $j=1,2 \dots, N$ );

$\bar{x}, \bar{y}$  - середні значення попиту і чинника-аргументу в базисному періоді.

Часткові коефіцієнти кореляції дають можливість визначити кількісну залежність попиту на послуги від чинників-аргументів при використанні багатфакторних моделей. Для випадку двох факторної моделі часткові коефіцієнти кореляції розраховуються за формулами:

$$r_{x_1y/x_2} = \frac{r_{x_1y} - r_{x_1x_2} \cdot r_{x_2y}}{\sqrt{(1 - r_{x_1x_2}^2) \cdot (1 - r_{x_2y}^2)}} \quad (2)$$

$$r_{x_2y/x_1} = \frac{r_{x_2y} - r_{x_1x_2} \cdot r_{x_1y}}{\sqrt{(1 - r_{x_1x_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1y}^2)}} \quad (3)$$

У свою чергу коефіцієнти кореляції  $r_{x_1y}, r_{x_2y}, r_{x_1x_2}$  розраховуються за формулами:

$$r_{x_1y} = \frac{\sum_{j=1}^N (x_{1j} - \bar{x}_1) \cdot (y_j - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{j=1}^N (x_{1j} - \bar{x}_1)^2 \sum_{j=1}^N (y_j - \bar{y})^2}} \quad (4)$$

$$r_{x_2y} = \frac{\sum_{j=1}^N (x_{2j} - \bar{x}_2) \cdot (y_j - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{j=1}^N (x_{2j} - \bar{x}_2)^2 \sum_{j=1}^N (y_j - \bar{y})^2}} \quad (5)$$

$$r_{x_1x_2} = \frac{\sum_{j=1}^N (x_{1j} - \bar{x}_1) \cdot (x_{2j} - \bar{x}_2)}{\sqrt{\sum_{j=1}^N (x_{1j} - \bar{x}_1)^2 \sum_{j=1}^N (x_{2j} - \bar{x}_2)^2}} \quad (6)$$

Часткові коефіцієнти кореляції  $r_{x_1y/x_2}$  і

$r_{x_2y/x_1}$  показують істотність впливу чинника  $x_1$  (або  $x_2$ ) на об'єм попиту за умови, що вплив чинника  $x_2$  ( $x_1$ ) еліміновано, тобто чинник  $x_2$  ( $x_1$ ) постійний і здійснює вплив на рівень попиту. Аналіз розрахованих лінійних і часткових коефіцієнтів кореляції дозволяє оцінити вплив відібраних чинників на обсяг попиту. Чим вище лінійні і часткові коефіцієнти кореляції, тим більший вплив здійснюють дані чинники на величину обсягу попиту.

У разі використання багатфакторних моделей необхідно досліджувати питання про наявність взаємозв'язку (мультиколінеарності) між чинниками, що включаються в модель.

Між чинниками існує взаємозв'язок, якщо лінійний коефіцієнт кореляції  $r_{x_1x_2}$  виявиться високим при низьких значеннях часткових коефіцієнтів кореляції. В цьому випадку необхідно або відмовитися від побудови багатофакторних моделей, або спробувати позбавитися від мультиколінеарності (наприклад, як чинники брати не абсолютні значення, а їх логарифми або різниці логарифмів).

Після того, як визначені чинники, що роблять найбільш істотний вплив на попит, можна приступати до побудови самих рівнянь регресії, тобто до побудови моделей прогнозу попиту залежно від вибраних чинників.

**II етап.** Аналіз автокореляції динамічного ряду і вибір форми регресійної залежності.

Аналіз автокореляції динамічного ряду необхідний для виявлення статистичної незалежності значень динамічного ряду. Методи знаходження параметрів рівнянь регресії, і зокрема метод найменших квадратів, який найчастіше використовується в регресійному аналізі, засновані на передумові про незалежність членів ряду. Тому коефіцієнти регресії, розраховані по статистично залежним значенням ряду, не мають статистичних оптимальних властивостей, оскільки не здатні виявити величини середньоквадратичних похибок, що у свою чергу ускладнює перевірку значущості коефіцієнтів регресії.

Виявлення залежності між членами динамічного ряду проводиться шляхом розрахунку коефіцієнта автокореляції першого порядку за формулою:

$$r'_y = \frac{(N-1)\sum_{j=1}^N y_j \cdot y_{j+1} - \sum_{j=1}^{N-1} y_j \sum_{j=1}^{N-1} y_{j+1}}{\sqrt{\left[ (N-1)\sum_{j=1}^{N-1} y_j^2 - \left( \sum_{j=1}^{N-1} y_j \right)^2 \right] \left[ (N-1)\sum_{j=1}^{N-1} y_{j+1}^2 - \left( \sum_{j=1}^{N-1} y_{j+1} \right)^2 \right]}} \quad (7)$$

Якщо значення  $r'_y$  близько до одиниці, то автокореляція існує, а рівність його нулю свідчить про відсутність зв'язку в динамічному ряду (що на практиці зустрічається дуже рідко).

Відомо декілька способів зменшення автокореляції. Найчастіше вживаними є розрахунки моделей попиту не по абсолютних значеннях, а по логарифмах або їх перших різницях. Останній спосіб рівносильний введенню в модель чинника часу як одного з аргументів. Проте слід зазначити, що включення чинника часу як одного з аргументів в рівняння множинної регресії дає позитивні результати тільки у тому випадку, коли досліджувані динамічні ряди мають однакову тенденцію розвитку.

Закономірності формування попиту залежно від вибраних чинників в базовому періоді визначаються шляхом вирівнювання динамічних рядів.

Завдання вирівнювання рядів полягає у виявленні загальної тенденції, яка виявляється у змінах обсягу споживання побутових послуг в базовому періоді. Якщо спостерігається тенденція рівномірного зменшення значень споживання послуг або їх рівномірного зростання, зв'язок буде

прямолінійним. При тенденції нерівномірної зміни цих значень зв'язок буде криволінійним.

Проста, лінійна форма зв'язку, між розміром споживання побутових послуг і визначальними його чинниками, може бути представлена для однофакторних та двофакторних моделей попиту у вигляді наступних рівнянь:

$$y = a_0 + a_1 x \quad (8)$$

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 \quad (9)$$

де  $y$  - об'єм попиту на послуги (залежна змінна);

$x(x_1, x_2)$  - чинники попиту, включені в модель (незалежні змінні);

$a_0, a_1, a_2$  - параметри рівняння.

Наведена форма зв'язку найчастіше використовується в практиці моделювання попиту населення на послуги. Проте в деяких випадках лінійна залежність не відтворює дійсний характер зв'язку, оскільки із зміною чинників може відбуватися непропорційна зміна попиту на побутові послуги. У цих випадках більш виправдано застосування криволінійних залежностей, наприклад параболічної форми залежності вигляду:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x^2 \quad (10)$$

Можливі і складніші - комбіновані форми залежності попиту від чинників-аргументів.

На практиці при конструюванні регресійних моделей рекомендуємо застосовувати форми зв'язків, приведені до лінійних. Зокрема, можна відзначити логарифмічні лінійні залежності вигляду:

$$\lg y = a_0 + a_1 \lg x_1 + \dots + a_n \lg x_n \quad (11)$$

Разом з основними чинниками, що формують попит на той або інший вид послуг, в модель прогнозу попиту доцільно додатково включати ще один чинник, що відображає вплив всіх неврахованих в моделі чинників, що змінюються в часі. Цей додатковий чинник ( $t$ ) носить назву - тренд.

Включення тимчасового тренду в загальне рівняння множинної регресії надає йому наступному вигляду:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_{n+1} t \quad (12)$$

Якщо вирівнювання кривої проводиться за моделлю:

$$z = a_0 + a_1 l_1 + a_2 l_2 \quad (13)$$

де:  $z = \lg y_{j+1} - \lg y_j$ ;

$$l_1 = \lg x_{1(j+1)} - \lg x_{1j}$$
;

$$l_2 = \lg x_{2(j+1)} - \lg x_{2j}$$
;

то введення тимчасового тренду ( $t$ ) в рівняння регресії (11) для випадку двофакторної моделі надає йому наступному вигляду:

$$\lg y = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \lg x_1 + \hat{a}_2 \lg x_2 + bt \quad (14)$$

**III етап. Рішення моделі.** Після того, як відібрані чинники-аргументи, що включаються в модель (I етап), встановлена форма математичної



Ця вимога необхідна тому, що крива, котра підходить для інтерполяції, непридатна для екстраполяції. Отже, емпіричний підхід до встановлення форми кривих залежностей повинен ґрунтуватися на висновках зроблених на підставі попереднього аналізу.

В ході рішення моделі відшукуються параметри  $a_i$ , що відповідають прийнятому критерію оптимальності. Останній зводиться до якнайкращого відображення отриманою формулою залежності між попитом на послуги і чинниками, що формують попит. Це означає, що розраховані по формулі значення обсягів побутових послуг якомога менше повинні відрізнятися від їх фактичних значень.

Для встановлення ступеня придатності отриманої теоретичної функції регресії для екстраполяції використовують прийом «повернення назад». На основі моделі проводиться екстраполяція на період по якому є звітні дані. Якщо отримані результати близькі до дійсних значень залежної змінної, то модель придатна для перспективних розрахунків. Зрозуміло, повна відповідність не досяжна, оскільки в моделі враховується вплив тільки частини чинників.

**Висновки.** Отже, особливості технології надання та продажу побутових послуг впливають на процес модулювання попиту, що істотно ускладнює досягнення очікуваної ефективності фірм, які функціонують у сфері побутового обслуговування населення.

Викладений матеріал в цій статті має методичне та практичне значення і є перспективним для подальших наукових розроблень у галузі розвитку сфери побутового обслуговування населення.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Правила побутового обслуговування населення. Затверджено постановою Кабінету Міністрів України від 04.06.99 р.
2. Витерс Дж. Как продать свои услуги. Руководство по маркетингу в сфере услуг для малых предприятий / Дж. Витерс, К. Витерман – М.: Московский Бизнес-Центр, 1998.
3. Федцов В. Г. Культура сервиса / В. Г. Федцов – М.: ПРИОР, 2000.
4. James L. Heskett, Managing in the Service Economy (New York: The Free Press, 2006).